Sorozatok – begyakorló feladatok

I. Sorozatok elemeinek meghatározása

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Írjuk fel a következő sorozatok első öt elemét és ábrázoljuk az elemeket n függvényében!  an = 4n–5 bn = 5 – n2 cn = 0,5n – 2 dn = sin(nπ/6) en = (n–1)/(n+3) |
| 1.H | Írjuk fel a következő sorozatok első hat elemét és ábrázoljuk az elemeket n függvényében!  fn = n2/2 + 1 gn = 3n–2n hn = tg(nπ/3) jn = 0,3x – 9,8 mn = (n2+4n+1) / (n+1) |
| 2. | Írjuk fel a következő sorozatok első öt elemét három tizedesjegy pontossággal!  an = sin n bn = cos n° cn = √(n+3) dn = log6n en = (sin n) / n fn = (n–1)n |
| 2.H | Írjuk fel a következő sorozatok első öt elemét három tizedesjegy pontossággal!  an = tg n bn = [(1+n)/n]n cn = nn dn = log32n en = ctg n° fn = (1/n)1/n |
| 3. | A megadott szabályok alapján írjuk fel a következő sorozatok első öt elemét!  an = an–1 + 2an–2; a1 = 1; a2 = 0. bn = bn–1 – bn–2; b1 = 1; b2 = 1  cn = cn–1 : cn–2; a1 = 10; a2 = 9 dn = dn–1 + dn–2 + … + d2 + d1; d1 = 1 |
| 3.H | A megadott szabályok alapján írjuk fel a következő sorozatok első öt elemét!  an = an–1 + 2an–2; a1 = 0; a2 = 1. bn = bn–1 – bn–2; b1 = 5; b2 = –5  cn = cn–1 : cn–2; a1 = 10; a2 = –2 dn = dn–1 + dn–2 + … + d2 + d1; d1 = –π |
| 4. | Egy számtani sorozat első eleme 8; különbsége 3. Írjuk fel a sorozat 109. elemét! |
| 4.H | a.) Egy számtani sorozat első eleme –44; különbsége 7. Írjuk fel a sorozat 77. elemét!  b.) Egy számtani sorozat első eleme -620; különbsége 79. Írjuk fel a sorozat 35. elemét!  c.) Egy számtani sorozat első eleme √2; különbsége √18. Írjuk fel a sorozat 14. elemét! |
| 5. | Egy számtani sorozat első eleme –3; második eleme 2. Írjuk fel a sorozat 73. elemét! |
| 5.H | a.) Egy számtani sorozat első eleme 7; második eleme 4. Írjuk fel a sorozat 112. elemét!  b.) Egy számtani sorozat első eleme π, második eleme –2π. Írjuk fel a sorozat 18. elemét!  c.) Egy számtani sorozat első eleme log32, második eleme 1. Írjuk fel a sorozat ötödik elemét! |
| 6. | Egy számtani sorozat első eleme 1; tizedik eleme 82. Írjuk fel a sorozat különbségét! |
| 6.H | a.) Egy számtani sorozat első eleme –1; hatodik eleme 179. Írjuk fel a sorozat különbségét!  b.) Egy számtani sorozat negyedik eleme 8, tizenhetedik eleme –31. Írjuk fel a sorozat különbségét!  c.) Egy számtani sorozat hetedik eleme –sin40º, tizenötödik eleme 17∙cos40º. Írjuk fel a sorozat különbségét! |
| 7. | Egy számtani sorozat első eleme 4; hetedik eleme –68. Írjuk fel a sorozat 18. elemét! |
| 7.H | a.) Egy számtani sorozat első eleme 19; negyvenedik eleme –410. Írjuk fel a sorozat 100. elemét!  b.) Egy számtani sorozat ötödik eleme sinπ, kilencedik eleme sin(π/2). Írjuk fel a sorozat 2007. elemét.  c.) Egy számtani sorozat harmadik eleme √2, nyolcadik eleme √10. Írjuk fel a sorozat ötödik elemének pontos értékét!  d.) Egy számtani sorozatban a8 = 5; a29 = 15; határozzuk meg a100 – 3∙a1 értékét!  e.) Egy számtani sorozatban a13 = –9; a27 = 283; határozzuk meg az a42 + a77 összeget! |
| 8. | Egy számtani sorozat első eleme 8, különbsége –2,1. Hányadik eleme ennek a sorozatnak a –619,9? |
| 8.H | a.) Egy számtani sorozat negyedik eleme 77, különbsége 3. Hányadik eleme ennek a sorozatnak az 554?  b.) Egy számtani sorozat tizedik eleme –22, huszonnegyedik eleme 27. Hányadik eleme ennek a sorozatnak a 3051?  c.) Egy számtani sorozat első eleme 2∙105, második eleme 3∙106. Hányadik eleme ennek a sorozatnak a 2,82∙107? |
| 9. | Egy számtani sorozat első eleme 7; különbsége 2,1. Hány 1000-nél kisebb eleme van a sorozatnak? |
| 9.H | a.) Egy számtani sorozat első eleme –11; különbsége 3,8. Hány 1000-nél kisebb eleme van a sorozatnak?  b.) Egy számtani sorozat első eleme 6-tal nagyobb a harmadiknál. A negyedik elem 9. Hány –2007-nél nagyobb eleme van a sorozatnak?  c.) Egy számtani sorozat első eleme sin 1º, második eleme sin 2º. Hány sin 200º-nál kisebb eleme van a sorozatnak?  d.) Egy számtani sorozat első eleme log25, különbsége log23. Hány 20-nál kisebb eleme van a sorozatnak? |
| 10. | Egy számtani sorozat első eleme 5; különbsége –1,3. A sorozatnak hány eleme esik a [–100; –200[ intervallumba? Hány egész elem esik a megadott intervallumba? |
| 10.H | a.) Egy számtani sorozat első eleme 0,9; különbsége –1,7. A sorozatnak hány eleme esik a [–10; –20[ intervallumba? Hány egész elem esik a megadott intervallumba?  b.) Egy számtani sorozatban a4 = 19, a19 = 17,5. Hány elem esik a [–30; –20[ számközbe? Ezek közül hány elem egész?  c.) Egy számtani sorozatban az első elem √98, a különbség √2/2. Hány elem esik a [100; 1000[ számközbe? Ezek közül hány elem egész? |
| 11. | Egy mértani sorozat első eleme 1; hányadosa 3. Írjuk fel a sorozat 9. elemét! |
| 11.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme 72; hányadosa 1/3. Írjuk fel a sorozat 8. elemét!  b.) Egy mértani sorozat első eleme √12, hányadosa √3. Írjuk fel a sorozat 6. elemét!  c.) Egy mértani sorozat első eleme sin (arc cos √3/2)), hányadosa tg (0,5∙arc cos 0). Határozzuk meg a sorozat 18. elemét! |
| 12. | Egy mértani sorozat első eleme –4; második eleme 2. Írjuk fel a sorozat 6. elemét! |
| 12.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme –729; második eleme 243. Írjuk fel a sorozat 7. elemét!  b.) Egy mértani sorozat első eleme –5, második eleme 6. Határozzuk meg a sorozat 8. elemét rendes tört alakban!  c.) Egy mértani sorozatban az első elem log24, a második elem log40,5. Írjuk fel a sorozat tizedik elemének 2-es alapú lograitmusát! |
| 13. | Egy mértani sorozat első eleme 120, ötödik eleme 7,5. Adjuk meg a sorozat hányadosát! |
| 13.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme 400, harmadik eleme 100. Adjuk meg a sorozat hányadosát!  b.) Egy mértani sorozat első eleme 6, harmadik eleme 12. Adjuk meg a sorozat hányadosát!  c.) Egy mértani sorozat első eleme 9/2, harmadik eleme 18. Adjuk meg a sorozat hányadosát! |
| 14. | Egy mértani sorozat első eleme –270, harmadik eleme –30. Adjuk meg a sorozat hatodik elemét! |
| 14.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme –360, ötödik eleme –22,5. Adjuk meg a sorozat negyedik elemét!  b.) Egy mértani sorozat első eleme lg0,1, hetedik eleme –128. Adjuk meg a sorozat nyolcadik elemét!  c.) Egy mértani sorozatban az első elem 7, a harmadik –7. Adjuk meg a sorozat 2007. elemét! |
| 15. | Egy mértani sorozatban a4 = 50; a7 = –6250; határozzuk meg a2 értékét! |
| 15.H | a.) Egy mértani sorozatban a3 = 2; a8 = –486; határozzuk meg a6 értékét!  b.) Egy mértani sorozatban a4 = 1, a9 = –1. Mekkora a sorozat első eleme?  c.) Egy mértani sorozat második elem 6, ötödik eleme –6/125. Mekkora a sorozat kilencedik eleme? |
| 16. | Egy mértani sorozatban a1 = 0,5; q = 3. Hány 2005-nél kisebb eleme van a sorozatnak? |
| 16.H | a.) Egy mértani sorozatban a1 = 4; q = 3. Hány 10 000-nél kisebb eleme van a sorozatnak?  b.) Egy mértani sorozatban a1 = 11, q = 1,8. Hány 300 000-nél nem nagyobb eleme van a sorozatnak?  c.) Egy mértani sorozatban a5 = 70, q = 2. Hány 6∙1023-nál kisebb eleme van a sorozatnak? |
| 17. | Egy mértani sorozat első eleme 81/32, hányadosa 2/3. Hányadik eleme ennek a sorozatnak a 8/81? |
| 17.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme 5, hányadosa 2. Hányadik eleme ennek a sorozatnak a 327 680?  b.) Egy mértani sorozat harmadik eleme 50, hányadosa 10. Hányadik eleme ennek a sorozatnak az 5∙1019?  c.) Egy mértani sorozat második eleme –80, hatodik eleme –5. Hányadik eleme ennek a sorozatnak a +160 illetve a +1280? |
| 18. | Egy mértani sorozatban a1 = 30 000; q = 1,06. Hányadik elemnél éri el a sorozat az egymilliót? |
| 18.H | a.) Egy mértani sorozatban a1 = 20 000; q = 1,09. Hányadik elemnél éri el a sorozat a negyvenezret?  b.) Egy mértani sorozatban a1 = 9, a2 = 10. Hányadik elemnél éri el a sorozat a 100-at?  c.) Egy mértani sorozatban a11 = 32, a32 = 32,1. Hányadik elemnél éri el a sorozat a 20 ezret? |
| 19. | Egy mértani sorozatban a1 = 2; q = 1,5. Hány sorozatelem esik a [600, 6000] intervallumba? |
| 19.H | a.) Egy mértani sorozatban a1 = 10; q = 1,1. Hány sorozatelem esik a [2000, 3000] intervallumba?  b.) Egy mértani sorozatban a1 = 3; q = 1,01. Hány sorozatelem esik a [4; 5] számközbe?  c.) Egy mértani sorozatban a1 = 87 000; q = 1,09. Hány sorozatelem esik a [108; 109] számközbe? |
| 20. | Egy mértani sorozatban a1 = 5; q = 0,8. Hányadik a legutolsó; 0,001-nél nagyobb sorozatelem? |
| 20.H | a.) Egy mértani sorozatban a1 = 28; q = 0,92. Hányadik a legutolsó; 0,01-nél nagyobb sorozatelem?  b.) Egy mértani sorozatban az első elem 2, a hányados 0,9999. Hányadik a legutolsó, 0,1-nél nagyobb sorozatelem?  c.) Egy mértani sorozatban a1 = –700 000, a2 = –699 999. Hányadik a legutolsó, –10-nél kisebb sorozatelem? |
| 21. | Egy mértani sorozatban a1 = 200 000; q = –0,9. Hányadik a legutolsó olyan sorozatelem, amelyik a 0-tól 0,01-nál jobban eltér? |
| 21.H | a.) Egy mértani sorozatban a1 = 4 000; q = –0,98. Hányadik a legutolsó olyan sorozatelem, amelyik a 0-tól 0,05-nál jobban eltér?  b.) Egy mértani sorozatban az első elem –5000, a hányados –0,96. Hányadik a legutolsó olyan sorozatelem, amelyik a 0-tól az 1-nél jobban eltér?  c.) Egy mértani sorozatban a1 = 100 000, a2 = –99 990. Hány sorozatelemnek nagyobb az abszolút értéke 2-nél? |
| 22. | Egy mértani sorozatban a2 = 40; a4 = 4. Határozzuk meg a sorozat hányadosát! Hány racionális szám található a sorozat első 2005 eleme között? |
| 22.H | a.) Egy mértani sorozatban a3 = 2; a7 = 18. Határozzuk meg a sorozat hányadosát, valamint a legkisebb nem racionális elemét!  b.) Egy mértani sorozatban a4 = 5; a7 = 6. Határozzuk meg a sorozat hányadosát, valamint a legkisebb racionális elemét!  c.) Egy mértani sorozatban a10 = 110, a13 = 110∙√2. Határozzuk meg a sorozat hányadosát, valamint az első racionális és az első nem racionális elemét! |

Számtani és mértani sorozat összegképletei – begyakorló feladatok

|  |  |
| --- | --- |
| 23. | Egy számtani sorozat első eleme 5, harmincadik eleme 295. Határozzuk meg az első harminc elem összegét! |
| 23.H | a.) Egy számtani sorozat első eleme –4, kilencvenedik eleme 184. Határozzuk meg az első kilencven elem összegét!  b.) Egy számtani sorozat első eleme 2/3, negyvenedik eleme 3/2. Határozzuk meg az első negyven elem összegét!  c.) Egy számtani sorozat első eleme lg3, tizenkettedik eleme lg900. Határozzuk meg az első tizenkét elem összegét! |
| 24. | Egy számtani sorozat első eleme 7, különbsége 8. Határozzuk meg az első 17 elem összegét! |
| 24.H | a.) Egy számtani sorozatban a1 = 8; d = 3. Határozzuk meg az első 42 elem összegét!  b.) Egy számtani sorozatban az első elem 5, a különbség –30. Határozzuk meg az első húsz elem összegét!  c.) Egy számtani sorozat első eleme 9/4, különbsége 2/3. Határozzuk meg az első huszonkét elem összegét rendes tört alakban! |
| 25. | Határozzuk meg az első 1000 pozitív egész számnak az összegét! |
| 25.H | a.) Határozzuk meg az első 100 pozitív egész számnak az összegét!  b.) Határozzuk meg az első 222 pozitív szám összegét!  c.) Határozzuk meg a –1000-nél nagyobb negatív egész számok összegét!  d.) Határozzuk meg azoknak a pozitív együtthatós Gauss-egészeknek az összegét, amelyeknek valós részük 24-nél, képzetes részük 14-nél kisebb! |
| 26. | Egy számtani sorozatban d = 3; a1 = 9; an = 993. Határozzuk meg n-et és az első n elem összegét! |
| 26.H | a.) Egy számtani sorozatban a1 = 11; d = 3; an = 2012. Határozzuk meg n-et és az első n elem összegét!  b.) Egy számtani sorozatban az első elem 12, a különbség –5. Mennyit kapunk, ha –3333-ig a sorozat összes elemét összeadjuk?  c.) Egy számtani sorozatban b1 = –4/7, d = 5; an = 6996/7. Határozzuk meg n-et és az első n elem összegét!  d.) Egy számtani sorozat első eleme 5, különbsége 3. A sorozat első hány elemének összege lesz éppen 14 160-nal egyenlő?  e.) Egy számtani sorozat első eleme -7, a második elem -3, valamely n-re Sn = 10 286?  f.) Egy számtani sorozat ötödik eleme 9, nyolcadik eleme 24. Milyen n esetén lesz Sn = 81 252? |
| 27. | Határozzuk meg a háromjegyű, 11-gyel osztható számok összegét! |
| 27.H | a.) Határozzuk meg a négyjegyű, 3-mal osztva 1 maradékot adó számok összegét! **16 495 500.**  b.) Határozzuk meg az ötjegyű, 122-vel osztva 17 maradékot adó számok összegét!  c.) Határozzuk meg a hatjegyű, 250-nel osztva 32 maradékot adó számok összegét! |
| 28. | Határozzuk meg az [5; 19] intervallumba eső 17 nevezőjű törtek összegét! |
| 28.H | a.) Határozzuk meg a [2; 16,5] intervallumba eső 13 nevezőjű törtek összegét!  b.) Határozzuk meg a √2-nek azon egész számú többszöröseinek összegét, amelyek 100 és 200 közé esnek! **2592√2.**  c.) Határozzuk meg a ]3; 7] számközbe eső, 2007 nevezőjű törtek összegét! |
| 29. | Egy számtani sorozatban a1 = 8; a2 = 5. Határozzuk meg S111-et! |
| 29.H | a.) Egy számtani sorozatban a1 = 92 és a10 = 11. Határozzuk meg S401-et!  b.) Egy számtani sorozatban az első elem 5; a huszadik elem –90. Határozzuk meg az első 70 elem összegét!  c.) Egy számtani sorozatban a hetedik elem 90, a tizenkettedik elem –2. Mennyi az első kilencven elem összege? |
| 30. | Egy számtani sorozatban a1 = 4001; d = –2,2. Határozzuk meg a sorozat összes pozitív elemének összegét! |
| 30.H | a.) Egy számtani sorozatban a1 = –502; d = 3,6. Határozzuk meg a sorozat összes negatív elemének összegét!  b.) Egy számtani sorozatban az első elem –39/8, a különbség 1/9. Határozzuk meg a sorozat összes negatív elemének összegét!  c.) Egy számtani sorozat első eleme √111, a különbség –√2. Határozzuk meg a sorozat összes pozitív elemének pontos értékét! |
| 31. | Egy számtani sorozat első eleme 3; az első 11 elem összege 528. Határozzuk meg a sorozat különbségét! |
| 31.H | a.) Egy számtani sorozat első eleme –2; az első 17 elem összege 1190. Határozzuk meg a sorozat különbségét!  b.) Egy számtani sorozat első eleme 3, az első 30 elem összege 12 705. Határozzuk meg a sorozat különbségét!  c.) Egy számtani sorozat első eleme ln 3, az első 12 elem összege 6∙ln18 432. Határozzuk meg a sorozat különbségét! |
| 32. | Egy számtani sorozat első 5 elemének összege 15, az első 15 elemének összege –105. Határozzuk meg a sorozat első elemét és különbségét, valamint az első 25 elem összegét! |
| 32.H | a.) Egy számtani sorozat első 3 elemének összege 15, első 9 elemének összege –45. Határozzuk meg az első elemet és a különbséget, valamint az első 40 elem összegét! **a1 = 25/3; d = -10/3; S40 = -2266/3.**  b.) Egy számtani sorozat első 13 elemének összege 169, az első 39 elem összege 1521. Határozzuk meg az első 2009 elem összegét! **4 036 081. Megjegyzés: ez a sorozat nevezetes! Sn = n2.** |
| 33. | Egy számtani sorozat első eleme -5, különbsége 11. Számítsuk ki az a50 + a52 + a54 + … + a100 összeget! |
| 33.H | a.) Egy számtani sorozat első eleme -111, a harmadik elem -11. Adjuk meg az a10 + a11 + a12 + … + a90 összeget!  b.) Egy számtani sorozatban az első elem 2, a különbség 8. Számítsuk ki az a20 + a24 + a28 + … + a40 összeget! |
| 34. | Egy számtani sorozat első 7 elemének összege –28, második hét elemének összege (tehát a nyolcadiktól a tizennegyedikig) 70. Határozzuk meg a sorozat első tagját, különbségét, valamint az első 1000-nél nagyobb elemét! |
| 34.H | a.) Egy számtani sorozat első 5 elemének összege 65, második 5 elemének összege –10. Határozzuk meg a sorozat első tagját, különbségét, valamint az első –600-nál kisebb elemét! **a1 = 19; d = -3; az első -600-nál kisebb: a208 = -602.**  b.) Egy számtani sorozat első három elemének összege 9, második három elemének az összege –12. Határozzuk meg a sorozat 2007. tagját! **-14026/3 ≈ -4675,33.**  c.) Egy számtani sorozat első tizenegy elemének összege 7, a második tizenegy elem összege –48. Hány pozitív tagja van a sorozatnak? **hét pozitív tagja van a sorozatnak.** |
| 35. | Egy számtani sorozat első eleme 8, különbsége 2. A sorozat első néhány elemét összeadva 1044-et kapunk. Hány elemet adtunk össze? |
| 35.H | a.) Egy színház nézőterének első sorában 22 szék van, minden további sorban 3-mal több a szék, mint az előzőben, összesen 855 szék van. Hány sor van a nézőtéren? **18 sor.**  b.) Egy könyvespolc legalsó polcán 72 kötet található, minden további szinten 2-vel kevesebb könyv van, mint az alatta lévőn. Összesen 780 kötet található a polcon. Hány szinten helyezkednek el?  c.) Egy számtani sorozat első eleme 13/7, különbsége 5/2. Az első hány elem összege lenne 2601/7? |
| 36. | Egy mértani sorozat első eleme 2, hányadosa 3. Határozzuk meg az első 10 elem összegét! |
| 36.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme 3, hányadosa 2. Határozzuk meg az első 10 elem összegét! **3069.**  b.) Egy mértani sorozat első eleme 3/4, hányadosa 1/2. Határozzuk meg az első 8 elem összegét! **765 / 512 ≈ 1,494.**  c.) Egy mértani sorozat első eleme √3, hányadosa √5. Határozzuk meg az első 6 elem összegét! **31√3(√5+1) ≈ 173,8.** |
| 37. | Egy mértani sorozat első eleme –5, hányadosa 2. Határozzuk meg az első 8 elem összegét! |
| 37.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme –3, hányadosa 3. Határozzuk meg az első 6 elem összegét! **-1092.**  b.) Egy mértani sorozat első eleme –2, hányadosa 0,5. Határozzuk meg az első 12 elem összegét! **≈ -3,999.**  c.) Egy mértani sorozat első eleme –100, hányadosa 0,25. Határozzuk meg az első 8 elem összegét! **≈ -133,3.** |
| 38. | Egy mértani sorozat első eleme 2; hányadosa 0,9. Határozzuk meg az első 40 elem összegét! |
| 38.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme 2, hányadosa 1,1. Határozzuk meg az első 35 elem összegét! **≈ 542,0.**  b.) Egy mértani sorozat első eleme 5, hányadosa 0,8. Határozzuk meg az első 40 elem összegét! **≈ 24,997.**  c.) Egy mértani sorozat első eleme 130, hányadosa 12/13. Határozzuk meg az első 9 elem összegét! **≈ 867,7.** |
| 39. | Egy mértani sorozat első eleme 4; hányadosa –0,6. Határozzuk meg az első 100 elem összegét! |
| 39.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme –5; hányadosa –0,9. Határozzuk meg az első 200 elem összegét! **≈ -2,632.**  b.) Egy mértani sorozat első eleme 9, hányadosa –1. Határozzuk meg az első kétmillió elem összegét! **0.**  c.) Egy mértani sorozat első eleme 0,5, hányadosa –2. Határozzuk meg az első 10 elem összegét! **-170,5.** |
| 40. | Egy mértani sorozat első eleme 5; negyedik eleme 0,04. Határozzuk meg az első 9 elem összegét! |
| 40.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme 7, második eleme 4. Határozzuk meg az első 5 elem összegét! **≈ 15,34.**  b.) Egy mértani sorozat első eleme 9, hatodik eleme 1/27. Határozzuk meg az első 8 elem összegét! **≈ 13,50.**  c.) Egy mértani sorozat első eleme 200, negyedik eleme 50√2. Határozzuk meg az első hét elem összegét! **≈ 622,5.** |
| 41. | Egy mértani sorozat első eleme 16; harmadik eleme 4. Határozzuk meg az első 7 elem összegét! |
| 41.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme –20, ötödik eleme –1,25. Határozzuk meg az első 9 elem összegét! **-39,92;** **-13,36.**  b.) Egy mértani sorozat második eleme 4, negyedik eleme 16. Határozzuk meg az első 10 elem összegét!  **2046 vagy 682.**  c.) Egy mértani sorozat első eleme 10 000, hetedik eleme 0,01. Határozzuk meg az első 12 elem összegét!  **11 111,1 vagy 9090,9.** |
| 42. | Egy mértani sorozat első öt elemének összege 155, hányadosa 2. Határozzuk meg a sorozat első elemét! |
| 42.H | a.) Egy mértani sorozat első hét elemének összege 129, hányadosa –2. Határozzuk meg a sorozat első elemét! **a1 = 3.**  b.) Egy mértani sorozat első hat elemének összege 4977, a harmadik és a második elem hányadosa 2. Határozzuk meg a sorozat első elemét! **a1 = 79.**  c.) Egy mértani sorozat első n elemének összege S, hányadosa q. Határozzuk meg a sorozat első elemét!  **a1 = S∙(q – 1)/(qn – 1), ha q ≠ 1. Ha q = 1, akkor a = S / n.**  d.) Egy mértani sorozat első 12 elemének összege 53 144, a harmadik elem az elsőnek kilencszerese. Határozzuk meg a sorozat első elemének lehetséges értékeit! **0,2 és -0,4.** |
| 43. | Egy mértani sorozat első három elemének összege 7, a második három elem összege 56. Határozzuk meg a sorozat első elemét és hányadosát! |
| 43.H | a.) Egy mértani sorozat első három elemének összege 26/3, következő három elem összege 234. Határozzuk meg a sorozat első elemét és hányadosát! **a1 = 2/3 és q = 3.**  b.) Egy mértani sorozat első két elemének összege 9, a következő két elem összege 36. Határozzuk meg a sorozat első elemét és hányadosát! **a1 = 3 és q = 2 vagy a1 = -9 és q = -2. Ez a két lehetőség van.**  c.) Egy mértani sorozat első négy elemének összege 259, a következő négy elem összege 335 664. Határozzuk meg a sorozat első elemét és hányadosát! (BEADANDÓ!) |
| 44. | Egy mértani sor első eleme 7; hányadosa 0,9. Határozzuk meg a végtelen sor összegét! |
| 44.H | a.) Egy mértani sor első eleme –5, hányadosa 0,8. Határozzuk meg a végtelen sor összegét! **-25.**  b.) Egy végtelen mértani sor első eleme 4; az összegsorozat második eleme 5. Határozzuk meg a végtelen sor összegét!  **16.**  c.) Egy mértani sor első eleme √8, hányadosa √2. Határozzuk meg a végtelen sor összegét! **végtelen.**  d.) Egy mértani sor első eleme –12, hányadosa 11/12. Határozzuk meg a végtelen sor összgét! **-144.** |
| 45. | Egy mértani sor első eleme 5, hányadosa –0,5. Határozzuk meg a végtelen sor összegét! |
| 45.H | a.) Egy mértani sor első eleme 90, hányadosa –0,9. Határozzuk meg a végtelen sor összegét! **900/19 ≈ 47,37.**  b.) Egy mértani sor első eleme –270 000, hányadosa –0,8. Határozzuk meg a végtelen sor összegét! **-150 000.**  c.) Egy mértani sor első eleme ln 3, hányadosa ln 2. Határozzuk meg a végtelen sor összegét! **≈ 3,580.** |
| 46. | Egy mértani sor első eleme egyenlő a hányadosával. A sor összege 1/2. Határozzuk meg az első elemet! |
| 46.H | a.) Egy mértani sor első eleme egyenlő a hányadosával. A sor összege 1/17. Határozzuk meg az első elemet! **1/18.**  b.) Egy mértani sor második eleme egyenlő a hányadosával. A sor összege 4. Határozzuk meg az első elemet! **1.**  c.) Egy mértani sor első és második elemének összege egyenlő a sorozat hányadosával. A végtelen sor összege 2/3. Határozzuk meg a sorozat első elemét és hányadosát! (BEADANDÓ!) |
| 47. | Egy mértani sor első eleme 7, a sor összege 8. Határozzuk meg a sorozat hányadosát! |
| 47.H | a.) Egy mértani sor első eleme –3, a sor összege 2. Határozzuk meg a sorozat hányadosát! **NINCS,**  b.) Egy mértani sor első eleme 9, a sor összege is 9. Határozzuk meg a sorozat hányadosát! **q = 0.**  c.) Egy mértani sor első eleme 2, a sor összege 10. Határozzuk meg a sorozat hányadosát! **q = 0,8.**  d.) Egy mértani sor első eleme 20, a sor összege 12. Határozzuk meg a sorozat hányadosát! **q = -2/3.** |
| 48. | Írjuk fel a következő szakaszosan ismétlődő tizedes törteket rendes tört alakban!  0,33333…; 0,12121212… 0, 177817781778… 1,35353535… 2,34891919191… |
| 48.H | Írjuk fel a következő szakaszosan ismétlődő tizedes törteket rendes tört alakban!  A = 0,77777…; B = 0,94949494… C = 0,376437643764… D = 2,59595959…  E = 3,91414141414… F = 0, 1818… G = 7,8212121… H = 823,434343… |

Számtaniból mértani, mértaniból számtani sorozat…

|  |  |
| --- | --- |
| 49. | Egy számtani sorozat második eleme 5. Ha a harmadik elemet 4,5-del növeljük, akkor egy mértani sorozat első három eleméhez jutunk. Határozzuk meg a számtani sorozatot! |
| 49.H | a.) Egy számtani sorozat második eleme –3. Ha a harmadik elemet 16-tal megnöveljük, akkor egy mértani sorozat első három eleméhez jutunk. Határozzuk meg a számtani sorozatot!  **1; –3; –7 (ekkor a mértani sorozat: 1; –3; 9✓), vagy 9; –3; –15 (ekkor a mértani sorozat 9; –3; 1✓).**  b.) Egy számtani sorozat első eleme 4. Ha a harmadik elemet 16-tal növeljük, akkor egy mértani sorozat első három eleméhez jutunk. Határozzuk meg a számtani sorozatot! **4; 12; 20 (m: 4; 12; 36✓), vagy 4; -4; -12 (4; -4; 4✓).**  c.) Egy számtani sorozat első eleme 8-cal kisebb a harmadiknál. Ha a sorozat harmadik elemét 16-tal megnöveljük, akkor egy mértani sorozat első három elemét látjuk magunk előtt. Mekkora ennek a mértani sorozatnak a hányadosa?  **q = 5.** |
| 50. | Egy mértani sorozat első eleme 4. Ha a második elemet 2-vel növeljük, akkor egy számtani sorozat első három eleméhez jutunk. Határozzuk meg a mértani sorozatot! |
| 50.H | a.) Egy mértani sorozat első eleme 3. Ha a harmadik elemet 3-mal csökkentjük, akkor egy számtani sorozat első három eleméhez jutunk. Határozzuk meg a mértani sorozatot! **két ilyen sorozat van: a 3; 0; 0 és a 3; 6; 12.**  b.) Egy mértani sorozat második eleme 18. Ha az első elemet 3-mal csökkentjük, akkor egy számtani sorozat első három eleméhez jutunk. Határozzuk meg a mértani sorozatot!  **m1: 12; 18; 27 (szt1: 9; 18; 27 ✓) vagy 27; 18; 12 (szt2: 24; 18; 12✓).**  c.) Egy mértani sorozat harmadik eleme 28. Ha ezt az elemet 7-tel csökkentjük, akkor egy számtani sorozat első három elemét látjuk magunk előtt. Határozzuk meg a mértani sorozat első 5 tagjának összegét! **217 vagy 1477/9.** |
| 51. | Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 15. Ha az első és a második elemet egyaránt 1-gyel csökkentjük, a harmadikat pedig 1-gyel növeljük, akkor egy mértani sorozat első három eleméhez jutunk. Melyik számtani sorozatról van szó? |
| 51.H | a.) Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 18. Ha a sorozat első tagját 1-gyel, a harmadikat pedig 7-tel növeljük, akkor egy mértani sorozat első három eleméhez jutunk. Határozzuk meg az eredeti számtani sorozatot!  **1; 6; 11, … vagy 17; 6; -5, ….**  b.) Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 15. Ha az első és a második tagot 1-gyel csökkentjük, a harmadik tagot pedig 1-gyel növeljük, akkor egy mértani sorozat három egymást követő eleméhez jutunk. Határozzuk meg a számtani sorozat első 10 elemének összegét!  c.) Az (an) számtani sorozat első öt tagjának az összege 65. Legyen b1 = a1 – 1; b2 = a2+1; b3 = a3 + 5. Az így kapott elemek egy mértani sorozat egymást követő elemei. Mekkora az a2007? |
| 52. | Egy mértani sorozatban az első három tag összege 6. Ha a sorozat második tagjához 11-et adunk, akkor egy számtani sorozat első három elemét kapjuk. Mennyi az eredeti sorozat hányadosa? |
| 52.H | a.) Egy mértani sorozatban az első három tag összege –9. Ha a sorozat harmadik eleméhez 27-et adunk, akkor egy számtani sorozat egymást követő elemeihez jutunk. Határozzuk meg az eredeti sorozat első elemét és hányadosát!  **a1 = -3 és q = -2, vagy a1 = -12 és q = -0,5.**  b.) Egy mértani sorozatban az első három tag összege 385. Ha a sorozat harmadik eleméből 55-öt kivonunk, akkor egy számtani sorozat egymást követő elemeihez jutunk. Határozzuk meg az eredeti sorozat első 6 tagjának összegét!  **3465 vagy 433,125.** |
| 53. | Hét szám közül az első három egy mértani, a hat utolsó pedig egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A hat utolsó szám összege 72, a negyedik és a ötödik szám szorzata 140. Mennyi a hét szám összege? |
| 53.H | a.) Öt szám közül az első három egy mértani, a négy utolsó pedig egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A négy utolsó szám összege 20, a második és az ötödik elem szorzata 16. Melyik ez az öt szám? **1; 2; 4; 8; 16 vagy 32/3; 8; 6; 4; 2.**  b.) Öt szám közül az első három egy mértani, a négy utolsó pedig egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A három utolsó szám összege 42, a harmadik és az ötödik elem szorzata pedig 160. Határozzuk meg az öt szám összegét!  **44,5 vagy 99,8.**  c.) Hat szám közül az első négy egy mértani, az utolsó négy pedig egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A négy utolsó szám összege 120, a negyedik és ötödik elem szorzata 864. Határozzuk meg az első elemet! **-384 vagy 1331/3.**  d.) Öt szám közül az első három egy mértani, az utolsó négy egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A négy utolsó szám összege 198, a második és harmadik szám szorzata 2352. Határozzuk meg az első elemet! |
| 54. | Egy számtani sorozat első négy tagjához rendre 5-öt, 6-ot, 9-et és 15-öt adva egy mértani sorozat egymást követő elemeit kapjuk. Határozzuk meg a mértani sorozat hányadosát! |
| 54.H | a.) Egy számtani sorozat első négy tagjához rendre 2-t, 1-et, 4-et és 19-et adva egy mértani sorozat egymást követő elemeit kapjuk. Határozzuk meg a mértani sorozat hányadosát! **q = 3.**  b.) Egy számtani sorozat első négy tagjához rendre –4-et, –7-et, –6-ot és +7-et adva egy mértani sorozat szomszédos elemeit kapjuk. Határozzuk meg az eredeti sorozatot!  c.) Egy mértani sorozat első négy tagjából rendre 25-öt, 20-at, –20-at és –2-t kivonva egy számtani sorozat szomszédos elemeit kapjuk. Határozzuk meg a mértani sorozatból alkotott végtelen sor összegét! |

Kamatos-kamat számítás

|  |  |
| --- | --- |
| 55. | 200 ezer forintot évi 6 százalék kamatra helyezünk el. Mennyit vehetünk ki 12 év múlva? |
| 55.H | a.) 50 ezer forintot évi 8 százalék kamatra helyezünk el. Mennyit vehetünk ki 5 év múlva? **≈ 73 466 (forint).**  b.) Ha tízezer forintot évi 4 százalék kamatos-kamatra helyezünk el, mennyit vehetnénk ki ezer év múlva? **kb. 1079,8 trillió forint.**  c.) Egymillió forintot évi 2 százalék kamatra helyezünk el. Mennyivel kevesebbet vehetnénk ki 10 év múlva, ha a kamat nem tőkésedne? **18 994 forinttal vehetnénk fel többet.** |
| 56. | Hány év alatt kamatozik 10 000 forintot 30 000 forint, ha évi 4,5 százalékos kamattal számolhatunk? |
| 56.H | a.) Hány év alatt kamatozik 2000 forintot 3000 forint, ha évi 9 százalékos kamattal számolhatunk? **6 év alatt.**  b.) Hány év alatt növekszik kétmillióra az egymillió forintos betét, évi 7 százalékos kamatos-kamat mellett? **11 év alatt.**  c.) Kölcsönkértünk 80 ezer forintot évi 1 százalék kamatra. Visszafizetéskor 84 081 forintot kellett fizetnünk. Hány év alatt növekedett ennyire az összeg? **5 év alatt növekedett ennyire az összeg.** |
| 57. | Hány százalékos éves, illetve napi kamatot jelent a két százalékos havi kamat? |
| 57.H | a.) Hány százalékos havi kamatot jelent az évi 20 százalékos kamat? **qévi = 1,2; qhavi = 12√(qévi) = 1,01531, így havi 1,53%-ot jelent.**  b.) Kölcsön felvételénél az egyik bank heti egy százalék, a másik havi öt százalék, a harmadik évi hatvankét százalékos kamat mellett. Melyiket érdemes választanunk (ha a lehető legkevesebb kamatot szeretnénk fizetni)? **az évi 62 százalékos kamatot érdemes.**  c.) Évi 5 százalékos kamatozású betétünk hetente, illetve havonta hány százalékot kamatozik?**Hetente kb. 0,09, havonta 0,41%-ot .** |
| 58. | Évi 8 százalékos kamatos-kamatra helyeztünk el 250 000 forintot. A betét napi kamatozású. Mennyi a kamat az első napra? |
| 58.H | a.) Évi 6,5 százalékos kamatos-kamatra helyeztünk el 400 000 forintot. A betét napi kamatozású. Mennyit kamatozik a betét az első hónapban (30 nap)? **2076 forintot .**  b.) Évi 2 százalékos kamatos-kamatra 300 000 forintot helyez el a bankban, abban a hiszemben, hogy az éves kamatot adták meg. Tizennyolc hónap múlva a pénz felvételekor derül ki, hogy a kamat havonta értendő. Mennyivel többet kap kézhez a számított összeghez képest? **119 429 forint.**  c.) Négyszázezer forint gyorskölcsönt veszünk fel évi 30 százalékos kamatra. Két hét múlva (14 nap) anyagi gondjaink egy csapásra megoldódnak, mert nagyobb összeget nyertünk tiltott szerencsejátékon. Mennyit kell visszafizetnünk, ha még aznap rendezzük a tartozásunkat (ez igen bölcs döntés), és nem tesszük fel az összes nyereményünket egy újabb fordulóra, hogy mihamarabb elveszítsük az egészet? **404 057 forintot.** |
| 59. | Mekkora összeget kellene elhelyeznünk évi 5 százalékos kamatra, hogy a napi kamat fedezze a napi 10 000 forintos szükségletünket? |
| 59.H | a.) Mekkora összeget kellene elhelyeznünk évi 6 százalék kamatra, hogy a napi kamat fedezze a napi szerény 300 forintos fagylaltszámlánkat? **1 879 068 forint.**  b.) Kolos a középiskolában nem tanulta rendesen a matekot, gyakran nem írt leckét, ezért most egy olyan helyen kell dolgoznia, ahol a havi kereset mindössze harmincezer forint mínusz áfa. Arról ábrándozik: „ha sok-sok pénzem lenne, bankba raknám és a kamataiból élnék”. Hány forintot kellene a pénzintézetben elhelyeznie évi 4 százalék mostanában esedékes éves kamatláb mellett, hogy havonta éppen harmincezer forintot tudjon felvenni anélkül, hogy a tőkéje csökkenne? Számítsuk ki ezt az összeget akkor is, ha a kamatot még 20 százalék kamatadó is terheli! **9 163 831 forint; 11 414 061 forint, kamatadó esetén.**  c.) Mekkora összeget kellene elhelyeznünk évi 2 százalék kamatra (20 százalékos kamatadó mellett), hogy naponta ezer forintot vehessünk fel anélkül, hogy a tőkeösszeg csökkenne? **22 994 019 forint.** |
| 60. | Felvettünk hó elején 500 000 forintnyi banki kölcsönt évi 30 százalékos kamatra. A havi részlet 30 000 forint. A fizetés minden hónap végén esedékes. Hány hónapon keresztül kell ezt a részletet fizetnünk? Hány hónappal több ez, mintha ugyanilyen részletekben egy kamatmentes kölcsönt kellene visszafizetnünk? |
| 60.H | a.) Felvettünk 8 millió forintot lakásépítésre évi 4 százalékos kamatra. A havi részlet 80 ezer forint. Hány hónapon keresztül kell ezt a részletet fizetnünk? Hány hónappal több ez, mintha ugyanilyen részletekben kamatmentesen kellene a kölcsönt visszafizetnünk?  **122 hónapig, 22 hónappal tovább, mint kamatmentes esetben. (Összesen kb. 1 760 000 forint kamatot fizetünk).**  b.) Egy pénzintézetben évi 20 százalékos kamatra vehetünk fel kölcsönt. A felvett összeg félmillió forint, a havi részlet 20 ezer forint. Hány hónapon keresztül kell ezt a részletet fizetnünk? Számítsuk ki az utolsó (töredék) részösszeg értékét!  **Tehát 31 hónapig kell ezt a részletet fizetnünk, a harminckettedik hónapban pedig 14 889 forintot.**  c.) Felvettünk 2 millió forintot gépjármű beszerzésére, évi 20 százalékos kamatra. A havi törlesztőrészlet 16 ezer forint. Hány hónapig kell fizetnünk?  d.) Felvettünk 8 millió forintot lakásépítésre évi 4 százalékos kamatra. A havi részlet 40 ezer forint. Hány hónapon keresztül kell ezt a részletet fizetnünk? Hány hónappal több ez, mintha ugyanilyen részletekben kamatmentesen kellene a kölcsönt visszafizetnünk?  Oldjuk meg a feladatot úgy is, hogy a havi részlet 20 ezer forint ill. 10 ezer forint! |
| 61. | Felvettünk 3 millió forintot évi 3,5 százalékos kamatra. Mennyi a havi törlesztőrészlet, ha pontosan 25 évig fizetjük? |
| 61.H | a.) Felvettünk 500 ezer forintot évi 12 százalékos kamatra. Három év alatt akarjuk visszafizetni. Mekkora egyenlő összegeket fizessünk havonta? **16 461 forint.**  b.) Egy áruházi kölcsön értéke 70 ezer forint, évi 18 százalékos kamatozású. Kilenc hónap alatt akarjuk visszafizetni. Mekkora egyenlő összegeket fizessünk havonta? **8328 forint.**  c.) Felvettünk 8 millió forintot havi 1 százalék kamatra. Mennyi legyen a havi törlesztőrészlet, ha 20 év alatt akarjuk visszafizetni?  **88 087 forint. Nem kevés.** |
| 62. | Felvettünk 300 000 forint kölcsönt havi fél százalék kamatos-kamatra. Legalább mekkora legyen a havi törlesztőrészlet, hogy tartozásunk folyamatosan csökkenjen? |
| 62.H | a.) Kilencszázezer forint kölcsönt vettünk fel. Ha a havi törlesztőrészlet 13 142 forint, akkor a tartozás nem nő és nem is csökken. Hány százalékos éves kamatra vettük fel a kölcsönt? **19%.**  b.) Felvettünk 800 ezer forint kölcsönt évi 11 százalék kamatos-kamatra. Legalább mekkora legyen a havi törlesztőrészlet, hogy tartozásunk folyamatosan csökkenjen? **legalább 806 988 forint.** |
| 63. | Évi 3,5 százalékos kamatra kaptunk félmillió forint kedvezményes kölcsönt. Havonta 20 ezer forintot fizetünk a második hónap elejétől. Határozzuk meg a tőketartozást az első öt hónap végén! |
| 63.H | a.) Évi 4 százalékos kamatra kaptunk hárommillió forint lakástámogatást, melyet egyenlő összegekben 20 év alatt kell visszafizetnünk. Ha nem tudunk fizetni, a szerződés úgy rendelkezik, hogy a lakást elveszítjük, de a számlát rendezik (azaz a befizetett kamatot megtartják, a többit visszafizetik). Ha öt év múlva fizetésképtelenné válunk, de addig havonta pontosan fizetünk, mennyi pénzt kapunk vissza? Ez hány százaléka a befizetett összegnek? (BEADANDÓ!)  b.) Ötmillió forint kölcsönt vettünk fel évi 18 százalékra. Havonta 150 ezer forintot fizetünk a második hónap elejétől. Határozzuk meg a tőketartozást az első hat hónap végén!  c.) 3 200 000 forintot vettünk fel évi 20 százalék kamatra. Havonta 70 000 forintot fizetünk az első hónap végétől. Határozzuk meg a tőketartozást egy év múlva! Mennyit fizettünk ki kamatra az első évben összesen? |
| Ö. | Felvettünk 4 millió forintot lakásépítésre, évi 4 százalékos kamatra.  a.) Legalább mennyi legyen a havi részlet, hogy a tartozásunk folyamatosan csökkenjen?  b.) Ha az előbb kiszámolt összegnél havi ezer forinttal többet fizetünk, hány év alatt fizetjük vissza tartozásunkat?  c.) Ha havonta 50 ezer forintot fizetünk minden hónap elején az első hónap elejétől (azaz a felvétel pillanatától) kezdve, hányadik hónapban csökken nullára a tartozásunk?  d.) Mennyi legyen a havi részlet, hogy a tartozásunk tíz év alatt csökkenjen nullára?  e.) Ezesetben (d.) az első hónapban mennyit csökkent a tőketartozásunk? Mennyit fizettünk kamatra? (Fizetés minden hónap végén.) |

Jó munkát!

Sorozatok – a felelés kérdései

1. Mit nevezünk sorozatnak? Hogyan adhatunk meg számsorozatokat? Mi az a rekurzió?

2. A Fibonacci-féle sorozat meghatározása

3. Mit nevezünk számtani sorozatnak; mit értünk egy számtani sorozat különbségén vagy differenciáján?

4. Mit nevezünk mértani sorozatnak; mit értünk egy mértani sorozat hányadosán vagy kvóciensén?

**5. Igazoljuk, hogy a számtani sorozatban an = ak + (n–k)×d!**

**6. Igazoljuk, hogy a mértani sorozatban an = ak × qn–k!**

7. Bizonyítsuk be, hogy a számtani sorozat bármely eleme egyenlő a tőle szimmetrikusan elhelyezkedő két elem számtani közepével!

8. Bizonyítsuk be, hogy a mértani sorozat bármely eleme egyenlő a tőle szimmetrikusan elhelyezkedő két elem mértani közepével, feltéve, hogy valamennyi sorozatelem pozitív!

9. Bizonyítsuk be a számtani sorozat első n elemének összegére vonatkozó összefüggést!

10. Bizonyítsuk be a mértani sorozat első n elemének összegére vonatkozó összefüggést!

**11. Bizonyítsuk be, hogy ha egy mértani sorozatban |q|<1, akkor a sorozat összes elemének összege véges, éspedig a1 / (1–q)-val egyezik meg!**

12. Hogyan határozhatjuk meg egy végtelen szakaszos tizedestört esetében, hogy melyik két egész szám hányadosaként keletkezhetett?

13. Kamatoskamat számítás

14. Törlesztőrészletek számítása

**15. A logaritmus azonosságai (szorzat, hányados, hatvány, áttérés új alapra)**

16. Négyzetszámok 1000-ig

17. Nevezetes szögek szögfüggvényei (0°; 30°; 45°; 60°; 90°; 120°; 135°; 150°; 180°)

18. Bizonyítsuk be, hogy egy szám pontosan akkor racionális, ha a tizedestört alakja végtelen szakaszos, vagy véges!

19. Vektorműveletek és tulajdonságaik (összeadás, kivonás, számszoros, skalár szorzat)

20. A háromszög nevezetes vonalai és pontjai (szakaszfelező merőlegesek, szögfelezők, magasságegyenesek, súlyvonalak; O; Q; M; S) és szerkesztésük

Jó felkészülést!

Feleléskor a kérdések kidolgozását be kell mutatni. A kidolgozásban szerepelnie kell a kérdésnek (nem csak a sorszámának), illetve a bizonyításoknak is. Régebbi kidolgozásokra most nem lehet hivatkozni.